

ORIGIN := 1

Beispiele zu den symmetrischen Komponenten

Vogelmann 12.06.96
Becker 13.07.03

Dreher um $2\pi/3$: $a := e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}}$ $a = -0.5 + 0.866i$
 $a^2 = -0.5 - 0.866i$

Rechenvorschrift zur Berechnung der originalen Ständerspannungsvektors (u) aus dem transformierten Spannungsvektor (u₋):

$$(u) = (C_S) * (u_-) = (X) * (D_S) * (u_-)$$

Umgekehrt gilt wegen der unitären Transformation:

$$(u_-) = (C_S)^{-1} * (u) = (D_S)^{-1} * (X)^{-1} * (u) = (D_S)^{*T} * (X)^{*T} * (u)$$

mit:

$$D_S(\gamma_S) := \begin{pmatrix} e^{-j \cdot \gamma_S} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j \cdot \gamma_S} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D_{S_Invers}(\gamma_S) := \begin{pmatrix} e^{j \cdot \gamma_S} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j \cdot \gamma_S} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und:

$$X := \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix} \quad X_{Invers} := \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Proben:

$$D_S(0) \cdot D_{S_Invers}(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad X \cdot X_{Invers} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformationsmatrix (C_S) und zugehörige inverse Matrix (C_S)⁻¹:

$$C_S(\gamma_S) := X \cdot D_S(\gamma_S) \quad C_{S_Invers}(\gamma_S) := D_{S_Invers}(\gamma_S) \cdot X_{Invers}$$

$$C_S(0) \cdot C_{S_Invers}(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformationsmatrix Y, um die den Spannungsvektor der Symmetrischen Komponenten U_{SymKomp_Ve} aus dem Vektor der komplexen Spannungseffektivwerten U_{KompEff_Vek} zu berechnen:

$$Y := \frac{1}{\sqrt{3}} X \quad Y_{Invers} := \sqrt{3} \cdot X_{Invers}$$

Proben:

$$Y^{-1} \begin{cases} \text{expand} \\ \text{substitute, } \left(\frac{-1}{2} + j \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = b \right), \frac{-1}{2} - j \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = b^2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & b & b^2 \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y \cdot Y_{\text{Invers}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Für die Vorgabe der Symmetrischen Komponenten

Berechnung des Vektors der Komplexen Effektivwerte aus dem Vektor der Symmetrischen Komponenten

$$U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := \sqrt{3} \cdot X \cdot U_{\text{SymKomp_Vek}}$$

$$U_{\text{KompEff_R}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_1$$

$$U_{\text{KompEff_S}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_2$$

$$U_{\text{KompEff_T}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_3$$

Berechnung des Strangspannungsvektors aus dem Vektor der Symmetrischen Komponenten

$$u_{\text{Strang_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S) := \sqrt{2} \cdot \text{Re} \left[U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) \cdot e^{j \cdot (\omega t + \gamma_S)} \right]$$

$$u_{\text{Strang_R}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (u_{\text{Strang_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_1$$

$$u_{\text{Strang_S}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (u_{\text{Strang_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_2$$

$$u_{\text{Strang_T}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}) := (u_{\text{Strang_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_3$$

Berechnung des transformierten Spannungsvektors aus dem Vektor der Symmetrischen Komponenten

$$u_{\text{Trans_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S) := C_S_{\text{Invers}}(\gamma_S) \cdot u_{\text{Strang_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S)$$

$$u_{\text{Trans_RZ}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S) := u_{\text{Trans_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S)_1$$

$$u_{\text{Trans_RZ}}(U_{\text{Sm}}, U_{\text{Sg}}, \omega t, \gamma_S) := \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \left(U_{\text{Sm}} \cdot e^{j \cdot \omega t} + \overline{U_{\text{Sg}}} \cdot e^{-j \cdot \omega t} \right) \cdot e^{j \cdot \gamma_S}$$

$$u_{\text{Trans_0}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S) := u_{\text{Trans_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}, \omega t, \gamma_S)_3$$

$$u_{\text{Trans_0}}(U_{\text{S0}}, \omega t) := \sqrt{6} \cdot \text{Re} \left(U_{\text{S0}} \cdot e^{j \cdot \omega t} \right)$$

Winkelinkrement für Zeitdarstellungen: $\Delta \omega t := 1 \cdot \text{deg}$

Winkelbereich für Zeitdarstellungen: $\omega t_B := 0, \Delta \omega t.. 2 \cdot \pi$

Bezugssystemwahl: $\gamma_S := 0$

Beispiel 1 reines Mitsystem

$$U_{Sm} := 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sm}| = 1 \quad \arg(U_{Sm}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{Sg} := 0 \quad |U_{Sg}| = 0 \quad \arg(U_{Sg}) = \blacksquare \text{ deg}$$

$$U_{S0} := 0 \quad |U_{S0}| = 0 \quad \arg(U_{S0}) = \blacksquare \text{ deg}$$

$$U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$U_{_R} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})1 \quad |U_{_R}| = 1 \quad \arg(U_{_R}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{_S} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})2 \quad |U_{_S}| = 1 \quad \arg(U_{_S}) = -120 \text{ deg}$$

$$U_{_T} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})3 \quad |U_{_T}| = 1 \quad \arg(U_{_T}) = 120 \text{ deg}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, 0)$$

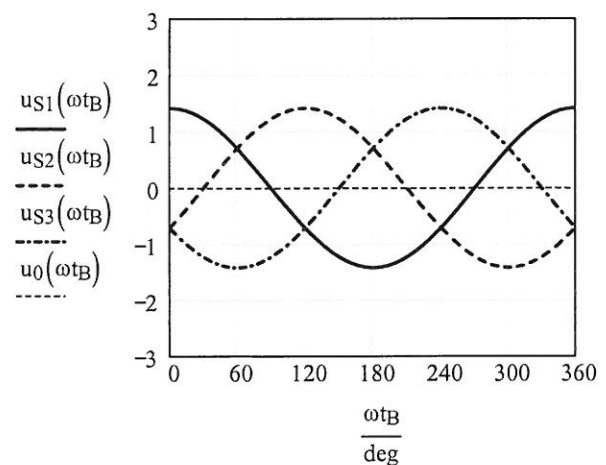
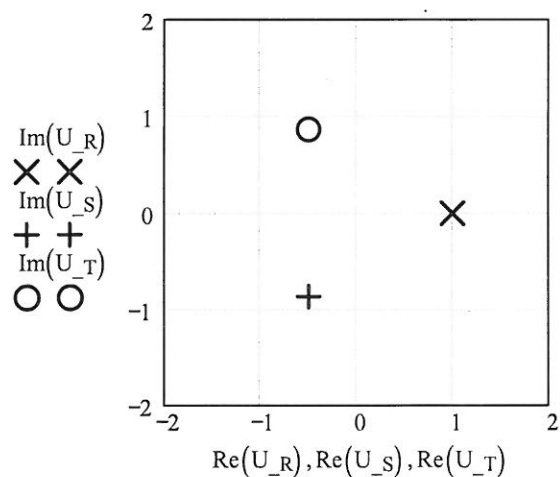
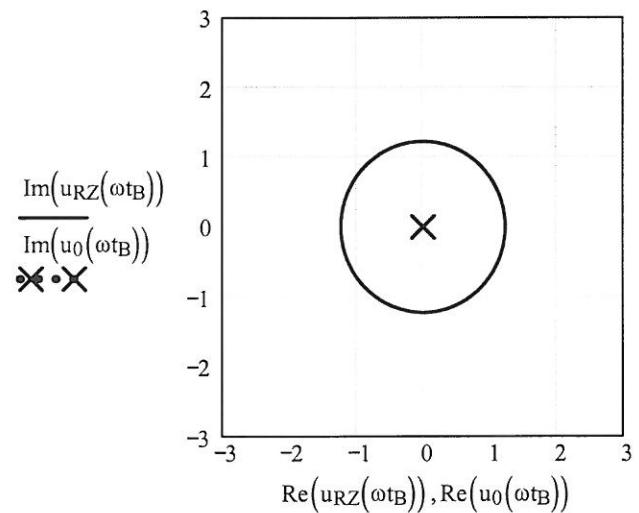
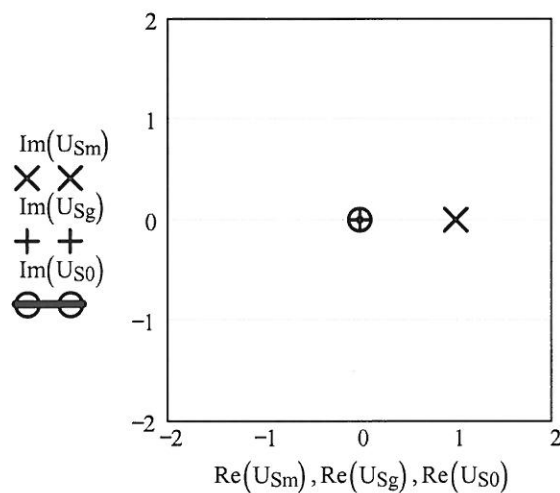
$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_R} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_S} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_T} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$



Beispiel 2 reines Gegensystem

$$U_{Sm} := 0 \quad |U_{Sm}| = 0 \quad \arg(U_{Sm}) = \blacksquare \text{ deg}$$

$$U_{Sg} := 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sg}| = 1 \quad \arg(U_{Sg}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{S0} := 0 \quad |U_{S0}| = 0 \quad \arg(U_{S0}) = \blacksquare \text{ deg}$$

$$U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$U_{_R} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_1 \quad |U_{_R}| = 1 \quad \arg(U_{_R}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{_S} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_2 \quad |U_{_S}| = 1 \quad \arg(U_{_S}) = 120 \text{ deg}$$

$$U_{_T} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_3 \quad |U_{_T}| = 1 \quad \arg(U_{_T}) = -120 \text{ deg}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, 0)$$

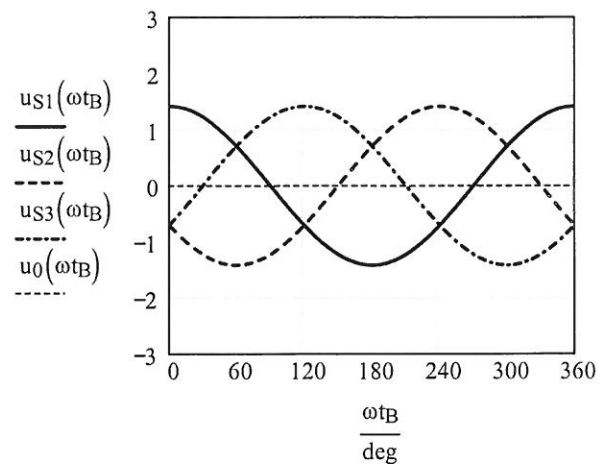
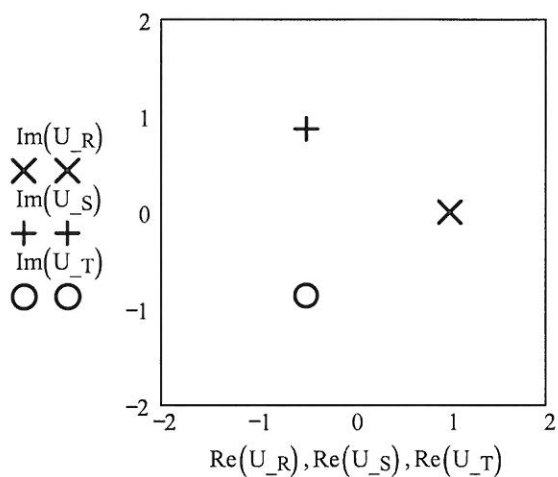
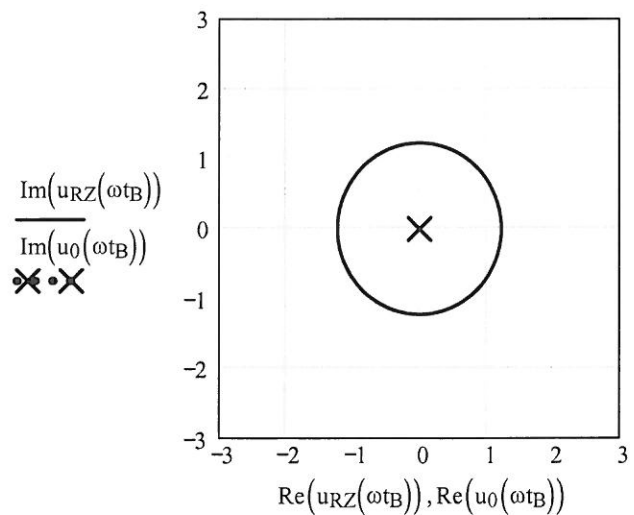
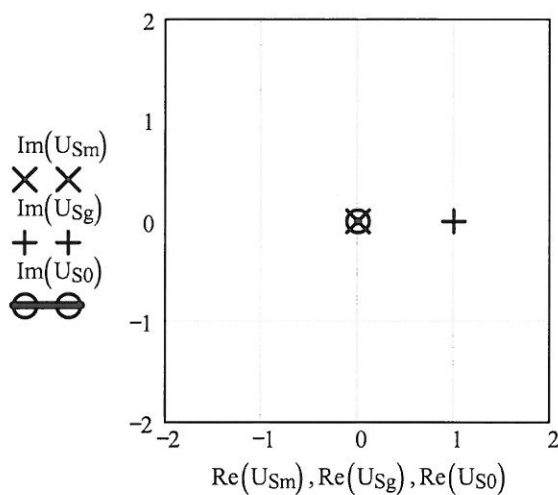
$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_R} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_S} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_T} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$



Beispiel 3 reines Nullsystem

$$\begin{aligned}
 U_{Sm} &:= 0 & |U_{Sm}| &= 0 & \arg(U_{Sm}) &= \blacksquare \text{ deg} \\
 U_{Sg} &:= 0 & |U_{Sg}| &= 0 & \arg(U_{Sg}) &= \blacksquare \text{ deg} \\
 U_{S0} &:= 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} & |U_{S0}| &= 1 & \arg(U_{S0}) &= 0 \text{ deg}
 \end{aligned}
 \quad
 U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$\begin{aligned}
 U_{_R} &:= (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_1 & |U_{_R}| &= 1 & \arg(U_{_R}) &= 0 \text{ deg} \\
 U_{_S} &:= (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_2 & |U_{_S}| &= 1 & \arg(U_{_S}) &= 0 \text{ deg} \\
 U_{_T} &:= (U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}}))_3 & |U_{_T}| &= 1 & \arg(U_{_T}) &= 0 \text{ deg}
 \end{aligned}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, \gamma_S)$$

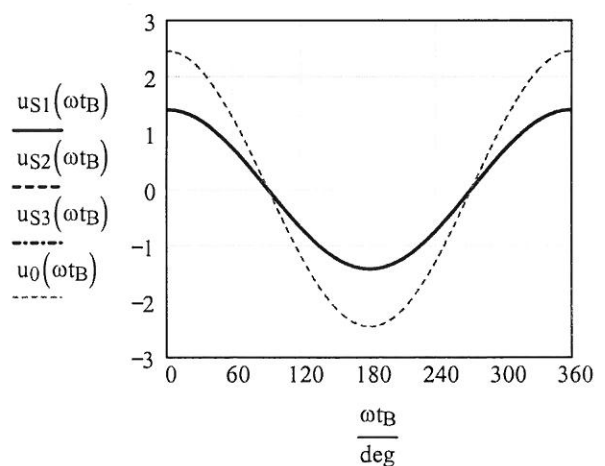
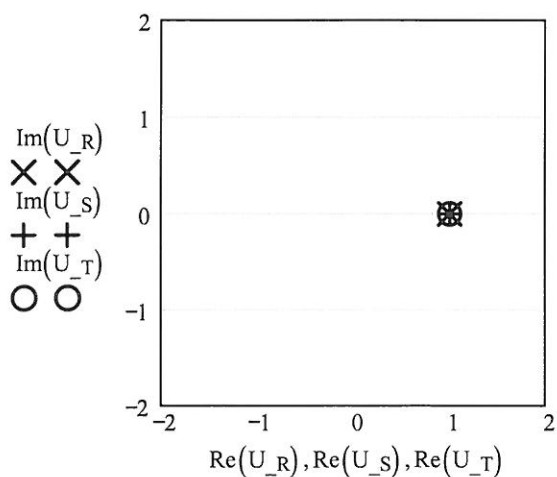
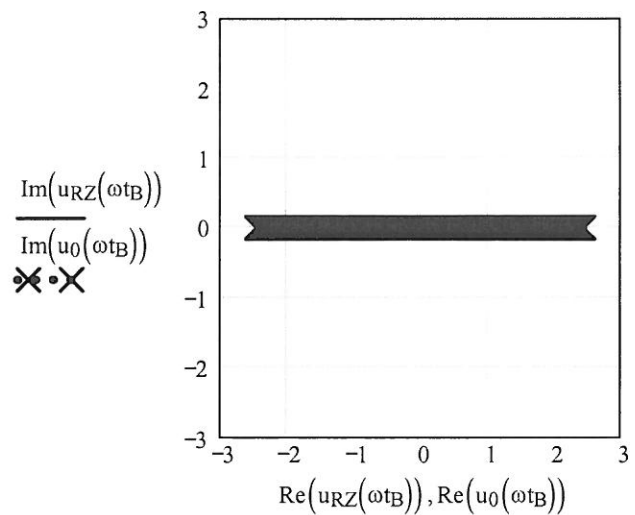
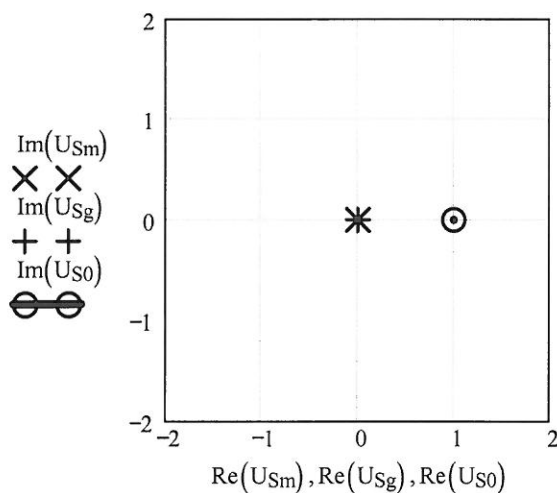
$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_R} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_S} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_T} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$



Beispiel 4 Mit- und Gegensystem gleich groß, ohne Nullsystem

$$U_{Sm} := 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sm}| = 1 \quad \arg(U_{Sm}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{Sg} := 1 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sg}| = 1 \quad \arg(U_{Sg}) = 90 \text{ deg}$$

$$U_{S0} := 0 \quad |U_{S0}| = 0$$

$$U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$U_R := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_1 \quad |U_R| = 1.414 \quad \arg(U_R) = 45 \text{ deg}$$

$$U_S := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_2 \quad |U_S| = 1.932 \quad \arg(U_S) = -135 \text{ deg}$$

$$U_T := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_3 \quad |U_T| = 0.518 \quad \arg(U_T) = 45 \text{ deg}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, 0)$$

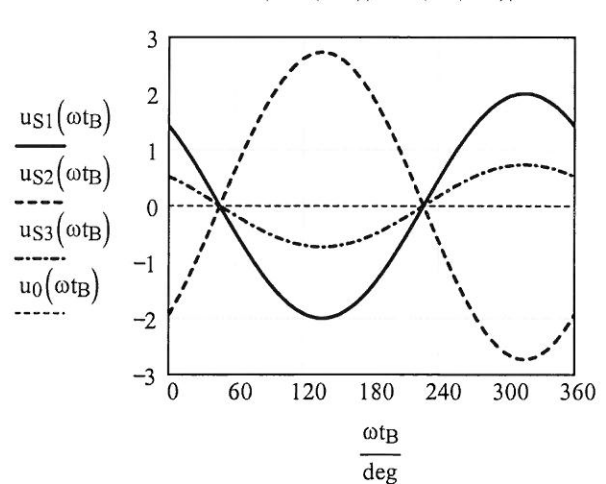
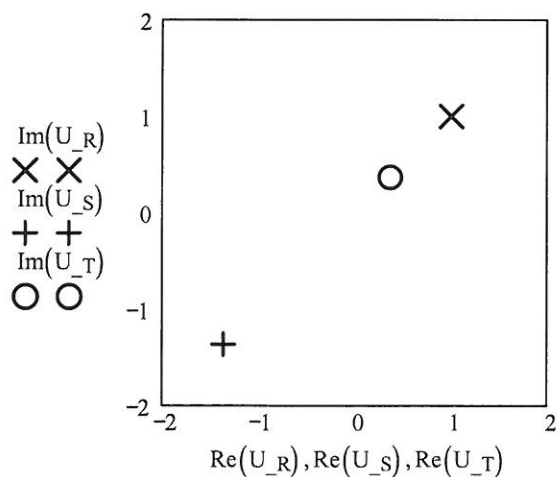
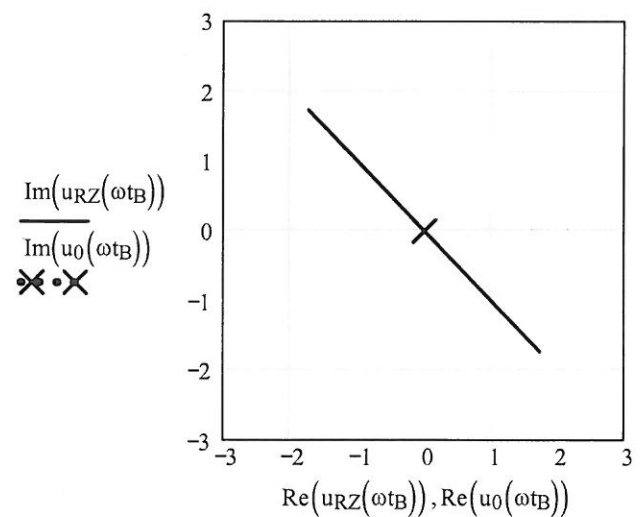
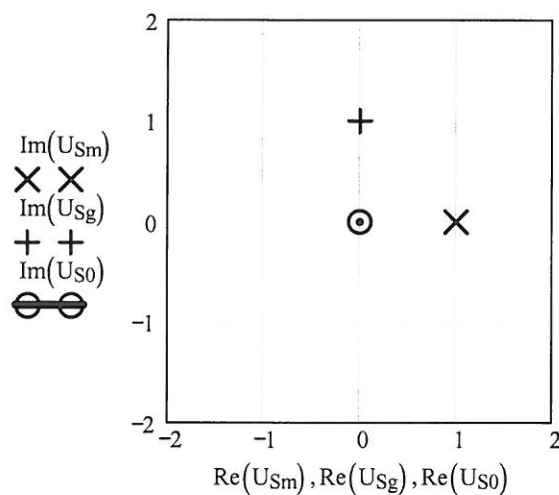
$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_R \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_S \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_T \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$



Beispiel 5

Mit- und Gegensystem nicht gleich groß, ohne Nullsystem

$$U_{Sm} := 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sm}| = 1 \quad \arg(U_{Sm}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{Sg} := 0.5 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sg}| = 0.5 \quad \arg(U_{Sg}) = 90 \text{ deg}$$

$$U_{S0} := 0 \quad |U_{S0}| = 0$$

$$U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$U_{_R} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})1 \quad |U_{_R}| = 1.118 \quad \arg(U_{_R}) = 26.565 \text{ deg}$$

$$U_{_S} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})2 \quad |U_{_S}| = 1.455 \quad \arg(U_{_S}) = -129.896 \text{ deg}$$

$$U_{_T} := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})3 \quad |U_{_T}| = 0.62 \quad \arg(U_{_T}) = 96.206 \text{ deg}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, 0)$$

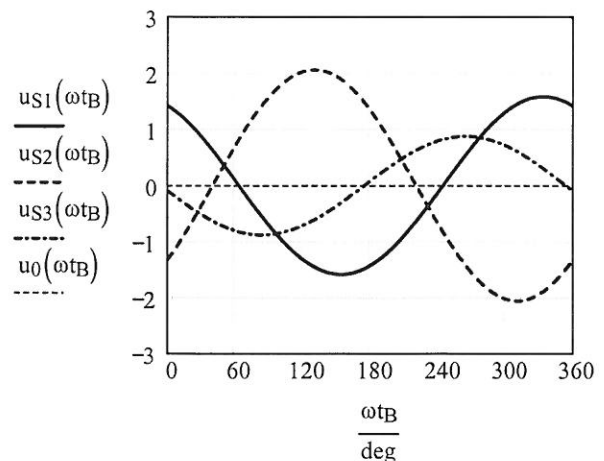
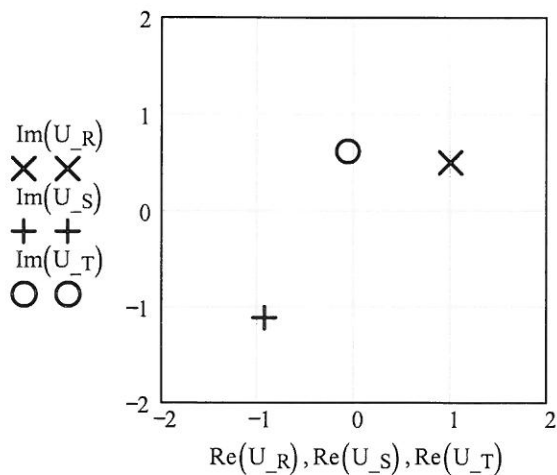
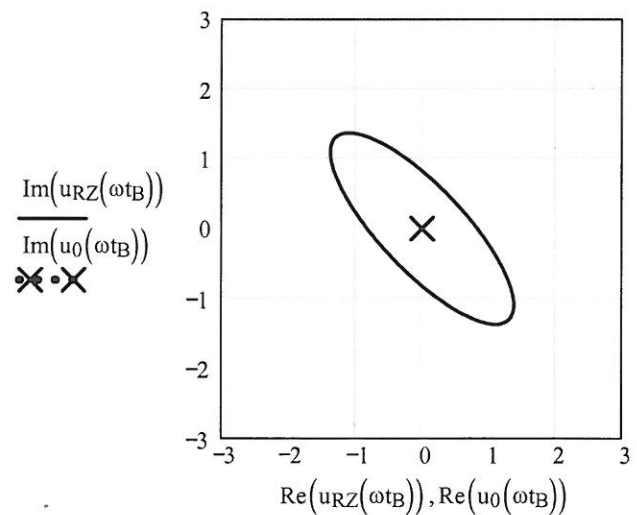
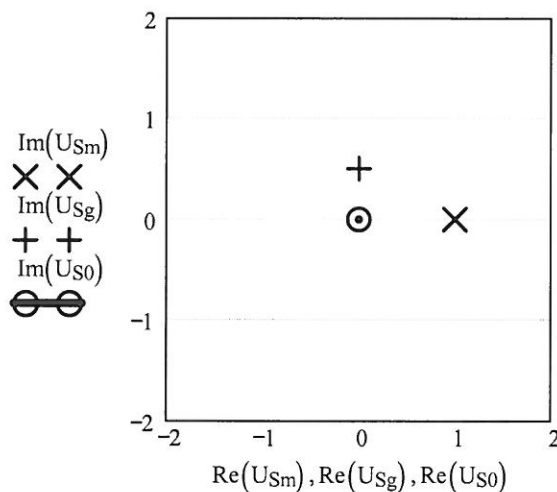
$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_R} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_S} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_{_T} \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$



Beispiel 6 Mit- und Gegensystem nicht gleich groß, mit Nullsystem

$$U_{Sm} := 1 \cdot e^{j \cdot 0 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sm}| = 1 \quad \arg(U_{Sm}) = 0 \text{ deg}$$

$$U_{Sg} := 0.5 \cdot e^{j \cdot 90 \cdot \text{deg}} \quad |U_{Sg}| = 0.5 \quad \arg(U_{Sg}) = 90 \text{ deg}$$

$$U_{S0} := 1 \quad |U_{S0}| = 1$$

$$U_{\text{SymKomp_Vek}} := \begin{pmatrix} U_{Sm} \\ U_{Sg} \\ U_{S0} \end{pmatrix}$$

Komplexe Effektivwerte

$$U_R := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_1 \quad |U_R| = 2.062 \quad \arg(U_R) = 14.036 \text{ deg}$$

$$U_S := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_2 \quad |U_S| = 1.118 \quad \arg(U_S) = -86.565 \text{ deg}$$

$$U_T := U_{\text{KompEff_Vek}}(U_{\text{SymKomp_Vek}})_3 \quad |U_T| = 1.118 \quad \arg(U_T) = 33.435 \text{ deg}$$

Raumzeiger

$$u_{RZ}(\omega t) := u_{\text{Trans_RZ}}(U_{Sm}, U_{Sg}, \omega t, 0)$$

$$u_0(\omega t) := u_{\text{Trans_0}}(U_{S0}, \omega t)$$

Stranggrößen

$$u_{S1}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_R \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S2}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_S \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

$$u_{S3}(\omega t) := \sqrt{2} \operatorname{Re}(U_T \cdot e^{j \cdot \omega t - \gamma_S})$$

